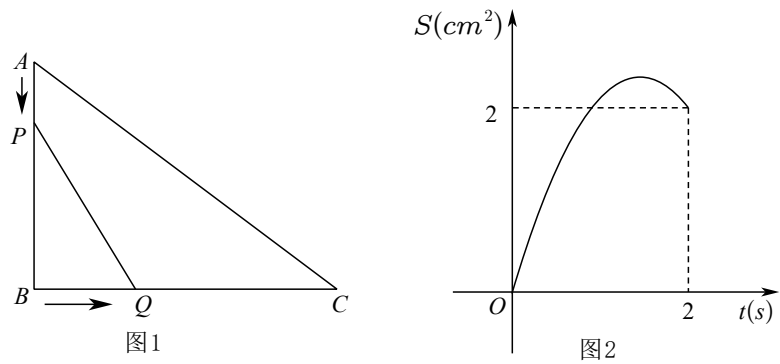


2024 秋季初三数学每日一题打卡 012

012 试题来源:2022 春季苏州市高新区二模试题

如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. 点 P 以 1cm/s 的速度从点 A 出发沿 AB 匀速运动到 B ;同时,点 Q 以 $v\text{cm/s}(v > 1)$ 的速度从点 B 出发沿 BC 匀速运动到 C . 两点同时开始运动,到达各自终点后停止,设运动时间为 $t(\text{s})$, $\triangle PBQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$. 当点 Q 在 BC 上运动时, S 与 t 的函数图象如图 2 所示.



- (1) $AB = \underline{\hspace{1cm}} \text{cm}$, $v = \underline{\hspace{1cm}} \text{cm/s}$, 补全函数图象.
- (2) 求出当时间 t 在什么范围内变化时, $\triangle PBQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$ 的值不小于 $\frac{5}{4}$.
- (3) 连接 CP , AQ 交于点 D , 求 CP 平分 AQ 时 t 的值.

试题解析

如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. 点 P 以 1cm/s 的速度从点 A 出发沿 AB 匀速运动到 B ; 同时, 点 Q 以 $v\text{cm/s}$ ($v > 1$) 的速度从点 B 出发沿 BC 匀速运动到 C . 两点同时开始运动, 到达各自终点后停止, 设运动时间为 $t(\text{s})$, $\triangle PBQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$. 当点 Q 在 BC 上运动时, S 与 t 的函数图象如图 2 所示.

(1) $AB = \underline{3}$ cm , $v = \underline{2}$ cm/s , 补全函数图象.

解: (1) $\because \angle B = 90^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm}),$$

由图 2 可知, $t = 2$ 时, $S = 2$,

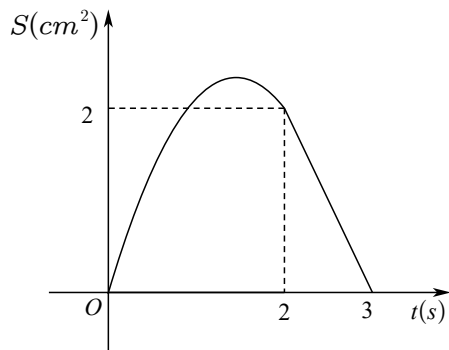
$$\therefore AP = 2\text{cm}, \therefore BP = 1\text{cm},$$

$$\because S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} BQ \cdot BP = 2, \therefore BQ = 4\text{cm},$$

\therefore 点 Q 以 $v\text{cm/s}$ ($v > 1$) 的速度从点 B 出发,

$$\therefore v = \frac{4}{2} = 2(\text{cm/s}),$$

故答案为: 3, 2; 补全图形如图 2:



(2) 求出当时间 t 在什么范围内变化时, $\triangle PBQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$ 的值不小于 $\frac{5}{4}$.

$$(2) \text{ 当 } 0 \leq t \leq 2 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} PB \cdot BQ = \frac{1}{2} (3-t) \cdot 2t = -t^2 + 3t,$$

$$\text{当 } S = \frac{5}{4} \text{ 时,}$$

$$\therefore -t^2 + 3t = \frac{5}{4},$$

$$\text{解得, } t_1 = \frac{1}{2}, t_2 = \frac{5}{2} (\text{舍去}),$$

$$\text{当 } 2 < t \leq 3 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} PB \cdot BC = \frac{1}{2} (3-t) \cdot 4 = -2t + 6,$$

$$\text{当 } S = \frac{5}{4} \text{ 时, } -2t + 6 = \frac{5}{4},$$

$$\text{解得 } t = \frac{19}{8},$$

$$\therefore \text{在 } \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{19}{8} \text{ 时, } \triangle PBQ \text{ 的面积为 } S(\text{cm}^2) \text{ 的值不小于 } \frac{5}{4};$$

(3) 连接 CP , AQ 交于点 D , 求 CP 平分 AQ 时 t 的值.

【解答】(3) 过点 Q 作 $QE \perp BC$, 交 CP 于点 E , $\therefore QE \parallel AB$,

$$\therefore \angle APD = \angle QED, \angle PQD = \angle EQD,$$

$$\therefore AD = QD, \therefore \triangle APD \cong \triangle QED (\text{AAS}),$$

$$\therefore QE = AP = t,$$

在 $\triangle CQE$ 和 $\triangle CBP$, $\triangle CQE \sim \triangle CBP$,

$$\therefore \frac{QE}{QC} = \frac{PB}{BC},$$

$$\therefore \frac{t}{4-2t} = \frac{3-t}{4},$$

$$\therefore 4t = (4-2t)(3-t),$$

$$\therefore t_1 = 1, t_2 = 6 (\text{舍去}),$$

$$\therefore t = 1.$$

